Vol. 37, No. 2 Feb., 2016

文章编号:0254-0096(2016)02-0516-06

边界配点法在二维线性水波问题中的应用

曹雪玲1~3,游亚戈1.2,盛松伟1.2,张亚群1~3

(1. 中国科学院广州能源研究所,广州 510640; 2. 中国科学院可再生能源与天然气水合物重点实验室,广州 510640;3. 中国科学院大学,北京 100049)

摘 要:采用特征函数展开法和边界配点法相组合的方法求解二维线性水波问题,计算模型不再局限在矩形物体,而是有限等深域、无限区域内部分淹没的楔形固定障碍物,分析其存在对原波浪速度势在遇障碍物前后区域内的变化影响。边界配点法具有概念简单、易编程、适用于不规则区域和任意几何形状边界的优势,可有效避免复杂的计算和编程,更易广泛应用在各海洋工程问题中。

关键词:边界配点法;特征函数展开法;波浪传播;障碍物;自由液面 中图分类号:0353.2 **文献标识码**:A

0 引 言

研究自由液面上障碍物的存在对波浪传播的 影响是海洋工程中最为普遍的问题。很多学者针 对这一问题展开研究,给出很多计算方法,包含解 析法和数值法[1-5]。目前用于解决水波问题的解析 方法,计算过程较复杂,并仅能解决某一指定边界 条件的波浪问题,如矩形浮子问题[6-8]、圆柱形浮子 问题^[9]。数值方法使用较多的如有限元法、有限差 分法、边界元法等,为解决二维水波问题,近年来较 普遍使用的是特征函数展开法与边界元法相结合 的方法。例如,若整个求解域为等深域,域内无任 何物体,存在一个不可渗透的侧边界,等深域内采 用特征函数展开法求得满足控制方程、底部边界条 件以及自由液面边界条件的解析解,侧边界上采用 边界元法对边界积分^[4]。这样仅计算域的边界被离 散,降低了整个问题的计算维度,结果较有限元法 数值解精确。基于该法仅可用在采用分离变量法 的域内,故二维计算模型仅局限在矩形物体。且在 求解过程中尤其对边界积分时,采用格林函数法, 编辑计算异常复杂,其复杂性来源于其表达式及解 形式的奇异性。这对在海洋工程中实际问题的应 用带来困难。

本文采用特征函数展开法和边界配点法来求 解二维线性水波问题。选用边界配点法,源于该方 法适用于不规则区域和任意边界,易编程性以及其 概念简单的特点。该方法无需在整个求解域内离 散,降低了计算维度,提高了计算精度,是一种应用 于连续介质问题的有效方法。文中该方法应用控 制微分方程、底部边界条件及自由液面边界条件的 解析解,并在物面边界上严格控制边界条件,故有 较高的计算精度。边界配点法已成功应用在解决 板壳等问题中[10,11]。先前该方法应用在各类弹性问 题及热传导问题中^[12], Reichel 等^[13]已将其成功用于 解决水波问题。为避免复杂的编程和计算,本文采 用特征函数展开法和边界配点法联合求解。因流体 是连续的,特征函数展开法可应用于整个求解域内, 障碍物边界处采用边界配点法控制边界条件。在得 到满足控制方程、底部边界条件及自由液面边界条件 的解析解后,在障碍物边界上配置数点控制其相应边 界条件,该问题的数值解便可得到。该方法在边界上 的配点位置以及该方法的可行性将会在本文中加以 讨论。

1 数学模型

考虑一个固定于水面的楔形障碍物,障碍物的

收稿日期: 2014-02-21

基金项目:海洋可再生能源专项资金(GHME2010GC01; GHME2011BL06);国家自然科学基金青年科学基金(51109201) 通信作者:游亚戈(1956—),男,硕士、研究员、博士生导师,主要从事波浪能转换方面的研究。youyg@ms.giec.ac.cn

几何形状以及整个系统的坐标如图 1。计算水域为 有限的等深域,坐标原点设在楔形障碍物尖角在水 平线的垂足上,z轴铅垂布置,正方向向上,x水平 布置,正方向指向波浪传播方向。这里假设整个障 碍物在y方向无限大,故整个问题为二维线性水波 计算。域的深度为h,障碍物的吃水深度为d,楔 形障碍物边界函数表示为f(x),入射波方向如图 1 示,由区域 I 经过障碍物传播到区域 II (这里区域 I 与区域 II 由障碍物尖角铅垂线划分,图中虚线划分)。



假设流体为无黏性的不可压缩理想流体,流体运动为无旋,小振幅波动。速度势函数 $\Phi(x,z,t)$ 定义为 $v = \nabla \Phi(x,z,t)$,对于简单波动,各点均以固定频率 ω 做简谐运动,所以速度势函数 $\Phi(x,z,t)$ 可分解为关于时间 t 的简谐形式,如式(1)所示。

$$\Phi(x,z,t) = \operatorname{Re}\{\phi(x,z)e^{i\omega t}\}$$
(1)

式中, $\phi(x,z)$ — 独立于时间 t 的复速度势。整个 系统的速度势需分别满足求解域内的控制方程以 及自由液面边界条件、底部边界条件和障碍物物面 边界条件为:

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{2}$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g}\phi\right)\Big|_{z=0} = 0$$
(3)

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}\Big|_{z=-h} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}\Big|_{z=f(x)} = 0 \tag{5}$$

式中,g---重力加速度。

式(3)为常压状态下波的运动学和动力学条件 线性化而成的自由液面边界条件。在一个不可压 缩、不可移动的刚性固定障碍物边界上,为简便起 见,障碍物物面边界设为:

$$f(x) = \begin{cases} -x \tan \theta - d & x < 0\\ x \tan \theta - d & x > 0 \end{cases}$$
(6)

$$\partial \phi = \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos \theta & z = -x \tan \theta - d, x < 0 \end{cases}$$
 (7)

$$\frac{\partial n}{\partial x} \begin{bmatrix} -\frac{\partial \phi}{\partial x} \sin\theta + \frac{\partial \phi}{\partial z} \cos\theta & z = x \tan\theta - d, x > 0 \\ & \text{ atgrie} \\ \text{ atgrie} \\ \text{ bin} \begin{bmatrix} d \phi(x, z) \end{bmatrix} < +\infty & z \in [-h, 0] \end{bmatrix}$$
(8)

2 速度势数值计算

为寻找一种可广泛应用到二维水波问题中的 数值方法,考虑求得等深域内满足控制方程、自由 液面边界条件以及底部边界条件的速度势函数 $\phi(x,z)$,采用特征函数展开法。将求解水域分为两个 求解子域,区域 I和区域 II,如图 1 所示。其复速 度势 $\phi(x,z)$ 也分别表示为 $\phi_{R_1}(x,z)$ 和 $\phi_{R_2}(x,z)$,即区 域 I和区域 II 对应的复速度势。

2.1 速度势表达式

在等深域内,满足了自由液面边界条件式(3) 和底部边界条件式(4)的速度势 φ(x,z) 的表达式已 给出,如式(10)^[4]。

$$\phi = A\{\cosh[k_0(z+h)]e^{ik_0x} + a_0\cosh[k_0(z+h)]e^{-ik_0x}\} + \sum_{j=1}^{+\infty} a_j\cos[k_j(z+h)]e^{k_jx} + \sum_{j=1}^{+\infty} b_j\cos[k_j(z+h)]e^{-k_jx} \quad (10)$$

式中, a_0, a_j, b_j ($j = 1, 2, \dots, n$) — 复常数。 $k_0 \ \pi \ k_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 分别满足:

$$\omega^2/g = k_0 \tanh(k_0 h) \tag{11}$$

$$\omega^2/g = -k_i \tan(k_i h) \tag{12}$$

常数 A 设为:

$$A = \frac{1}{\cosh(k_0 h)} \tag{13}$$

在区域 I,考虑无穷远处边界条件式(9),则 *b*_{*i*}=0(*j*=1,2,···,∞),速度势函数可写为:

$$\phi_{R_{i}}(x,z) = (e^{ik_{0}x} + a_{0}e^{-ik_{0}x})\frac{\cosh(k_{0}(z+h))}{\cosh(k_{0}h)} + \sum_{i=1}^{+\infty} a_{i}e^{k_{i}x}\cos(k_{i}(z+h))$$
(14)

在区域 II,考虑无穷远处边界条件式(9),则 *a*_i=0(*j*=1,2,···,∞),速度势函数可写为:

$$\phi_{R_2}(x,z) = b_0 e^{ik_0 x} \cosh[k_0(z+h)] + \sum_{j=1}^{+\infty} b_j e^{-k_j x} \cos[k_j(z+h)]$$
(15)
式中, b_0 — 复常数。

式(14)和式(15)分别为区域 I 和区域 II 内满 足底部边界条件和自由液面边界条件的解析解,也 是后面计算的基础表达式。表达式中包含无穷系 列函数,满足了除障碍物物面边界条件以外所有边 界条件。函数式中无限多个待定常数可通过物面 边界条件以及 *x*=0 处压强和法向速度的连续性边 界条件来确定。

2.2 待定常数的确定

为得到速度势 $\phi_{R_1}(x,z)$ 和 $\phi_{R_2}(x,z)$ 的数值解,其 解析解式(14)和式(15)可近似表示为:

$$\phi_{R_{i}}(x,z) \approx (e^{ik_{0}x} + a_{0}e^{-ik_{0}x})\frac{\cosh(k_{0}(z+h))}{\cosh(k_{0}h)} + \sum_{j=1}^{N_{i}} a_{j}e^{k_{j}x}\cos(k_{j}(z+h)) = \phi_{R_{i}}'(x,z)$$
(16)

$$\phi_{R_2}(x,z) \approx b_0 e^{i k_0 x} \cosh[k_0(z+h)] + \sum_{j=1}^{N_2} b_j e^{-k_j x} \cos[k_j(z+h)] = \phi_{R_2}'(x,z)$$
(17)

式中, $\phi_{R_1}'(x,z)$, $\phi_{R_2}'(x,z)$ ——对应子区域内的复速度 势的数值解, 取解析解无限系列中的前 N_1 , N_2 项。 为确定这数值解的 $N_1 + N_2 + 2$ 个待定常数 $a_0, a_1, \dots, a_{N_1}, b_0, b_1, \dots, b_{N_2}$, 具体求解需经两个步骤。

2.2.1 连续性条件确定部分待定常数

在 x=0 处的连续性边界条件包含:法向速度连续条件和压强的连续条件,可通过下面连续性条件确定部分待定常数。

1) x=0 处法向速度的连续性:

$$\frac{\partial \phi_{\mathbf{R}_{1}}}{\partial x} = \frac{\partial \phi_{\mathbf{R}_{2}}}{\partial x} \quad x = 0, -h < z < -d$$
(18)
2) $x = 0$ 处压强的连续性得出:

$$\phi_{\rm R_1} = \phi_{\rm R_2} \ x = 0, -h < z < -d)$$
(19)

将式(18)、式(19)连续性边界条件两侧分别乘 以其对应区域内的特征函数,并在 *x* = 0 的相应 *z* 区 间上积分,得到相应的速度势方程为:

$$\int_{-h}^{-d} \frac{\partial \phi_{\mathbf{R}_{1}}}{\partial x}\Big|_{x=0} \cos(k_{i}(z+h)) \mathrm{d}z = \int_{-h}^{-d} \frac{\partial \phi_{\mathbf{R}_{2}}}{\partial x}\Big|_{x=0} \cos(k_{i}(z+h)) \mathrm{d}z$$
(20)

$$\int_{-h}^{-a} \phi_{\mathbf{R}_{1}} \Big|_{x=0} \cos(k_{i}(z+h)) dz = \int_{-h}^{-a} \phi_{\mathbf{R}_{2}} \Big|_{x=0} \cos(k_{i}(z+h)) dz$$
(21)

将速度势数值解 $\phi_{R_1}'(x,z), \phi_{R_2}'(x,z)$ 表达式(16)、式 (17) 代 人式(20)、式(21), 在区域 I 内取前 $M_1(M_1 < N_1)$ 项 $(i' = 1, 2, \dots, M_1)$, 区域 II 内取前 $M_2(M_2 < N_2)$ 项 ($i' = 1, 2, \dots, M_2$),这样形成 $M_1 + M_2$ 个线性方程,相应数量的待定常数也可得到,即 ($a_1, \dots, a_{M_1}; b_1, \dots, b_{M_2}$)可被其他待定常数所表示。这 样速度势表达式便满足了除障碍物物面边界条件 之外的所有条件。接下来便是利用边界配点法求 解剩余待定常数。

2.2.2 边界配点法确定待定常数

为求得剩余待定常数,速度势函数需满足障碍 物物面边界条件,在障碍物两侧边界上配置相应的 点(如图 2),使其满足物面边界条件式(5),在区域 I内,配点 $(x_0,z_0),(x_1,z_1),\dots,(x_{N_1-M_1},z_{N_1-M_1})$,区域 I内, 配点 $(x_0',z_0'),(x_1',z_1'),\dots,(x_{N_2-M_2}',z_{N_2-M_2}')$,即边界上共配 置 $N_1+N_2-M_1-M_2+2$ 个点使其满足边界条件来确 定待定参数。分析整个物面边界上的法向速度,为 使其最大误差最小化,边界上的配点需要进行调 整,并非均等分布。





将上述区域 I 内的点代入式(16)并使其满足 边界条件式(7),则相应的方程可化为:

$$\left. \left(\frac{\partial \phi_{\mathbf{R}_{1}}'}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial \phi_{\mathbf{R}_{1}}'}{\partial z} \cos \theta \right) \right|_{(x_{m}, z_{m})} = 0$$

$$m = 0, \dots, N_{1} - M_{1}$$
(22)

然后将区域Ⅱ内的点代入式(17),并使其满足边界 条件式(8),相应的方程可写为:

$$\left. \left(-\frac{\partial \phi_{\mathbf{R}_{2}}'}{\partial x} \sin\theta + \frac{\partial \phi_{\mathbf{R}_{2}}'}{\partial z} \cos\theta \right) \right|_{(\mathbf{x}_{m'}, \mathbf{z}_{m'})} = 0$$

$$m' = 0, \dots, N_{2} - M_{2}$$
(23)

联立求解式(22)和式(23),组成 N₁+N₂-M₁-M₂+2 个线性方程,则剩余待定常数便可得到。所得表达 式满足二维控制方程,自由液面及底部边界条件, 但在障碍物边界上仅在所配点上满足,故必会引来 误差。

3 数值结果及分析

3.1 数值结果

设置h=10 m, $\omega=1.25$ rad/s, tan $\theta=4$,障碍物边界为:

$$F(x) = \begin{cases} -4x - d & x < 0\\ 4x - d & x > 0 \end{cases}$$
(24)

首先,设置障碍物吃水深度 d=2,这里为方便 计算,配点数量设为 $N_1=N_2=11$, $M_1=M_2=8$; j 取 值 1~11, i' 取值 1~8,故需在障碍物物面边界上配 置 8 个点,使其满足其边界条件式(5),构成 8 个线 性方程,求待定常数,确定速度势函数的值。配点 位置的选择直接影响到误差的大小,为得到更精确 的值,相应区间内的配点位置需要调整。区域 I 内 的物面边界上,需配置 4 个点满足式(22)组成相应 数量的线性方程;区域 II 内的物面边界上,配置 4 个点满足式(23)组成另外 4 个线性方程;8 个待定 常数值便可得到。速度势表达式也便求得。也可 得到了障碍物面边界上法向速度 $|\phi_{R_n}|$ 和 $|\phi_{R_n}|$ 与 其精确值零值的偏离值,即绝对误差。图 3 所示为 配点调整后障碍物边界上的法向速度。



从图 3 可看出,区域 I 内,最大绝对误差(法向 速度与零值的偏离)不超过 0.025;区域 II 内,不超 过 0.030,精度较高。使用该方法,便可得到该二维 水波问题的解。液面处的速度势函数如图 4 所 示。由图 4 中曲线可看出在水波从区域 I 内向区 域 II 内传播过程中,幅值有所降低,是因为障碍物 的存在阻挡了部分波浪传播。图 4 中自由液面上 楔形障碍物处不存在速度势,但由于其尺寸对水域 尺寸而言甚小,故图 4 中并不明显。





若重设吃水深度 d=3,这里为方便计算,配点 设置数量为 $N_1=N_2=13$, $M_1=M_2=8$, j值 1~13, i'值 1~8,故需在障碍物边界上配置 12 个点使其满 足物面边界条件式(5)。区域 I内,配置 6 个点满 足式(7)组成 6 个线性方程;区域 II内同样配置 6 个点以满足式(8)组成另外 6 个线性方程,故 12 个 剩余待定参数便可轻易得到,则法向速度 $|\phi_{R,n}'|$ 和 $|\phi_{R,n'}|$ 与其精确值零值的偏离,即绝对误差随之得 到。图 5 所示为物面边界上调整配点后的法向速 度的绝对误差。



0.020 $\left|\phi_{\mathbf{R}_{2,\mathbf{n}}}'\right|/\mathbf{m}\cdot\mathbf{s}^{-1}$ 0.015 0.010 0.005 0.000 0.3 0.5 0.6 0.1 0.2 0.4 0.7 x/mb.区域Ⅱ 图5 障碍物边界上的法向速度(d=3, x 轴投影) Fig. 5 The normal velocity on barrier boundary (d=3,

projection to the x axis)

从图 5 可见,区域 I内,最大绝对误差不超过 0.017;区域 II内不超过 0.022,数值解较精确。液面 处的速度势如图 6 所示。由图 6 可看出水波从区 域 I 向区域 II 传播过程中,由于障碍物的存在,使 区域 II 内幅值变小,区域 I 内幅值变大(障碍物造 成的反射波引起)。区域 II 内幅值变大(障碍物造 后面的小。对于图 6 与图 4,障碍物吃水越深,对波 的阻拦也越大,区域 I 内的反射波变大,区域 II 内 越过障碍物的波动变小。



图6 自由液面 z=0 处的速度势(d=3)

Fig. 6 The velocity potential on free surface z=0(d=3)

3.2 可行性验证

为验证该方法的可行性,将分别讨论绝对误差 和相对误差。物面边界上,法向速度相比于其理论 值 $\phi_n = 0$,绝对误差 $\varepsilon_a = |\phi_n' - \phi_n| = |\phi_n'|$ 已由图 3~ 图 5 表示。

对于速度势的法向速度,其解析解为:

 $\phi_n = \phi_{Ln} + \phi_{R,n} = 0$ (25) 式中, $\phi_{Ln} - \lambda$ 射波引起的法向速度部分; $\phi_{R,n} - \zeta$ 射波引起的法向速度部分。 数值解为:

$$\phi_{n}{}' = \phi_{Ln} + \phi_{Rn}{}' \tag{26}$$

式中, ϕ_n' ——法向速度势的数值解; $\phi_{R,n'}$ ——反射 波引起的法向速度势数值解。

由式(25)和式(26)可知,误差取决于 $\phi_{R,n}$,而 $\phi_{L,n}$ 可通过已知条件得到。

由式(25)得到:

$$\phi_{\rm R,n} = -\phi_{\rm I,n} \tag{27}$$

物面边界上的相对误差可由式(28)计算得到:

$$\varepsilon_{\rm r} = \frac{\left|\phi_{\rm R,n}' - \phi_{\rm R,n}\right|}{\left|\phi_{\rm I,n}\right| + 1} = \frac{\left|\phi_{\rm n}'\right|}{\left|\phi_{\rm I,n}\right| + 1} \tag{28}$$

式中, ε, ——物面边界上的相对误差。

图 7、图 8 所示为该障碍物分别在吃水深度 d=2 以及 d=3 状态下的相对误差。从图 7 中可 看出,当吃水深度 d=2 时,相对误差在区域 I 内 均不超过 0.020,区域 II 内均不超过 0.025;当吃 水深度 d=3 时,相对误差在区域 I 内均不超过 0.014,区域 II 内均不超过 0.017,也证明了该方法 的可行性。





4 结 论

边界配点法和特征函数展开法相结合的方法 在该二维水波问题中的应用,证明了结果的收敛 性和该方法的可行性。该法的应用使计算编程不 再繁冗复杂,更易应用在各类海洋工程问题中。 在整个计算过程中,边界上配点位置的选择是该 法应用的关键和难点所在。只要配点数量合适, 且位置的选择使所满足的边界条件最大误差趋于 最小,数值解便可得到。展示了边界配点法在该 类二维线性水波问题中的计算理论基础及其应 用,鉴于该方法适用于不规则区域和任意边界条 件的特点,亦可应用在其他复杂边界的水波问题 中,应用前景广泛。

[参考文献]

- [1] 文圣常. 倾斜水底上波浪的传播与破碎(第一部分)
 [J]. 山东海洋学院学报, 1964, 1: 13—30.
- Wen Shengchang. Transformation and breaking of waves on sloping beaches (Part 1) [J]. Journal of Shandong

College of Oceanology, 1964, 1: 13-30.

- [2] 文圣常. 倾斜水底上波浪的传播与破碎(第二部分)
 [J]. 山东海洋学院学报, 1964, 1: 31-50.
- [2] Wen Shengchang. Transformation and breaking of waves on sloping beaches (Part 2) [J]. Journal of Shandong College of Oceanology, 1964, 1:31-50.
- [3] Stokes G G. On the theory of oscillatory waves [J]. The Transaction of the Cambridge Philosophical Society, 1947, (8): 441-473.
- [4] Alliney Stefano. A numerical study of water waves on sloping beaches [J]. Applied Mathematical Modelling, 1981, 5(5): 321-328.
- [5] Aimi A, Diligenti M, Guardasoni C. On the energetic Galerkin boundary element method applied to interior wave propagation problems [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2011, 235(7): 1746-1754.
- [6] Wu Chong, Watanabe Eiichi, Utsunomiya Tomoaki. An eigenfunction-matching method for analyzing the wave-induced responses of an elastic floating plate[J]. Applied Ocean Research, 1995, 17(5): 301-310.
- Zheng Y H, You Y G, Shen Y M. On the radiation and diffraction of water waves by a rectangular buoy[J].
 Ocean Engineering, 2004, 31(8-9): 1063—1082.
- [8] Wang Wensheng, You Yage, Zhang Yunqiu, et al. Analytical method of radiation by a wave energy device with dual rectangular floating bodies[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2010, 29(3): 1-10.
- [9] 吴必军. 浮式圆柱波能装置水动力学计算及能量稳定 控制研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2005.
- [9] Wu Bijun. Calculation of hydrodynamic forces on floating cylinder wave energy conversion devices and energy steady control [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2005.
- [10] Hutchinson J R. Analysis of plates and shells by boundary collocation [M]. Berlin: Springer, Boundary Element Analysis of Plates and Shells, 1991, 341—368.
- [11] Zheng Xiaoping, Huang Quanzhang, Wang Bin. An adaptive boundary collocation method for plate bending problems [J]. Tsinghua Science and Technology, 2007, 12(5): 567-571.
- [12] Ramachandran P A, Gunjal P R. Comparison of boundary collocation methods for singular and nonsingular axisymmetric heat transfer problems [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2009, 33(5): 704-716.
- [13] Reichel L, Chapman P. Edge waves by boundary

collocation [J]. Journal of Computational and Applied

Mathematics, 1986, 15(1): 59-73.

BOUNDARY COLLOCATION METHOD FOR TWO DIMENSIONAL LINEAR WAVE PROBLEM

Cao Xueling¹⁻³, You Yage^{1,2}, Sheng Songwei^{1,2}, Zhang Yaqun¹⁻³

(1. Institute of Energy Conversion, Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510640, China;

Key Laboratory of Renewable Energy and Gas Hydrate, Chinese Academy of Sciences, Guangzhou 510640, China;
 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

5. University of Chinese Actuality of Sciences, Defing 100049, China)

Abstract: Boundary Collocation Method (BCM) based on Eigenfunction Expansion Method (EEM) was developed as a new numerical method for two-dimensional linear theory of water waves. The model was not restricted to rectangular objects, but a partly-submerged triangle obstacle in an infinite domain with finite water depth. The effect of the model on velocity potential of original wave in the subregions was analyzed. The BCM possesses several advantages, such as conceptual simplicity, ease programming, being suitable for irregular domains and arbitrary boundary conditions so that can effectively avoid complex calculation and programming. It can be widely used in ocean engineering.

Keywords: boundary collocation method; eigenfunction expansion method; wave propagation; obstacle; free surface